

Kurventheorie

4. Die Tangente

DIE TANGENTE

Die Tangente an eine Kurve in einem bestimmten Kurvenpunkt ist diejenige Gerade, welche mit der Kurve nur diesen Berührungspunkt gemeinsam hat, zumindest lokal, d.h. in einer näheren Umgebung. Man erhält diese Tangente aus der Grenzfallbetrachtung der Sekanten, die alle durch den Berührungspunkt gehen und bei denen der andere Schnittpunkt immer näher gegen diesen rückt, so daß im Grenzfall nur noch ein gemeinsamer Punkt vorhanden ist (Abb. 22). Dies geschieht im wesentlichen durch die erste Ableitung. Fragen wir uns nun nach der momentanen Geschwindigkeit, welche die Biene in einem bestimmten Augenblick bei ihrem unterschiedlich schnellen Flug hat. Sie ergibt sich als Grenzwert der Durchschnittsgeschwindigkeiten mit immer kleiner werdenden Zeitspannen. Dies ist aber gerade die erste Ableitung der Ortsfunktion nach der Zeit. Ist der Parameter also die Zeit t , so ergibt die erste Ableitung $x'(t)$ die Geschwindigkeitsrichtung, die ja tangential verläuft (Abb. 23).

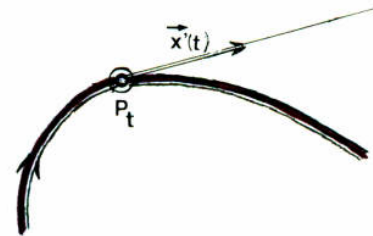


Abb. 23: Geschwindigkeitsrichtung im Punkt P

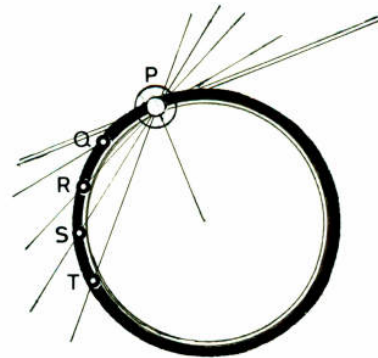


Abb. 22: Die Tangente als Grenzfall der Sekanten

1. Was ist eine Kurve?	1
2. Pathologische Kurven	5
3. Was ist eine Parametertransformation?	14
4. Die Tangente	18
5. Wie kann man die Länge einer Kurve berechnen?	19
6. Die Bogenlänge als natürlicher Parameter..	24
7. Was bedeutet die zweite Ableitung?	26
8. Wie kann man die Krümmung noch charakterisieren?	28
9. Wir bewegen das Bezugssystem mit	31
10. Was ist das Tangentenbild?	32
11. Legt die Krümmung die Kurve eindeutig fest?	34
12. Wann berühren sich zwei Kurven?	37
13. Was ist ein Krümmungskreis?	41
14. Die Evolute	47
15. Die-Involute.	55
16. Unterschied zwischen lokal und global?.	58
17. Der Jordansche Kurvensatz..	60
18. Was ist Topologie?	64
19. Die Windungszahl	70
20. Projektive und nichteuklidische Geometrie.	82
21. Die Tangentendrehzahl	86
22. Was ist eine Eilinie?	92
23. Wann ist eine Menge konvex?	93
24. Eine Dimension höher	102
25. Was sind Tangentenpolarkoordinaten?.	115
26. Geometrische Bedeutungen von h' und h'' ..	117
27. Der Flächeninhalt einer Eilinie..	119
28. Hyperflächen	124
29. Allgemeine Relativitäts-Theorie..	131
30. Durchmesser und Breite einer Eilinie	152
31. Was sind Gitterpunkte?..	165
32. Wie heißt der Vierscheitelsatz?	172
33. Gibt es Kreise, die fünf Ecken haben?	192
34. Wozu ist ein Gleichdick nütze?	200
35. Welche Eigenschaften haben Gleichdicke?	205
36. Was sind Zindlerkurven?.	210
37. Wer kennt Kakeyas Problem?	214
38. Raumkurven konstanter Breite..	218
39. Was versteht man unter Gesamtkrümmung?.	220
40. Verallgemeinerte Kurven konstanter Breite.	228
41. Gibt es auch Körper konstanter Breite?.	231
42. Kann man verbogene Flächen eben machen?..	234
43. Wozu stetige Vektorfelder?.	240
44. Die am besten untersuchten Flächen sind minimal.	244
45. Was versteht man unter Katastrophentheorie?..	270
46. Zum Schluss ein fünf-dimensionale Betrachtung.	281