

# **Kurventheorie**

## ***10. Das Tangentenbild***

Was ist das Tangentenbild einer Kurve?

Von allen Tangentenrichtungen nehmen wir Pfeile der gleichen Länge eins und verschieben sie parallel zum Ursprung. Die Endpunkte der Pfeilspitzen liegen alle auf dem Einheitskreis und die von ihnen gebildete Kurve ist das Tangentenbild der Kurve (Abb. 25). Der größte deutsche Mathematiker C.F. Gauß (1777–1855) nannte sie "Abbildung durch parallele Tangenten". Normalerweise ist das Tangentenbild eines Kurvenbogens ein Teilbogen des Einheitskreises. Im Sonderfall der Geraden besteht das Tangentenbild nur aus einem einzigen Punkt. Man kann nun auch die Bogenlänge des Tangentenbildes berechnen und sie nach dem natürlichen Parameter ableiten. Man erhält dabei auch ein Maß für die Abweichung an der betrachteten Stelle. Dabei ergibt sich betragsmäßig gerade die Krümmung  $|x|$  der Kurve.

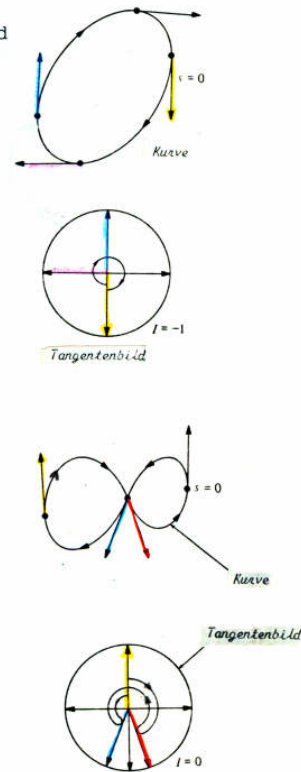
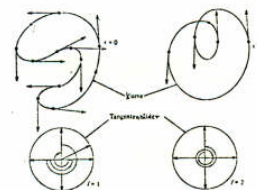


Abb. 25: Kurven mit ihren zugehörigen Tangentenbildern



1. Was ist eine Kurve?	1
2. Pathologische Kurven	5
3. Was ist eine Parametertransformation?	14
4. Die Tangente ... ..	18
5. Wie kann man die Länge einer Kurve berechnen?	19
6. Die Bogenlänge als natürlicher Parameter.. . . . .	24
7. Was bedeutet die zweite Ableitung?	26
8. Wie kann man die Krümmung noch charakterisieren?	28
9. Wir bewegen das Bezugssystem mit	31
<b>10. Was ist das Tangentenbild?</b>	<b>32</b>
11. Legt die Krümmung die Kurve eindeutig fest?	34
12. Wann berühren sich zwei Kurven?	37
13. Was ist ein Krümmungskreis? .. . . . . .	41
14. Die Evolute	47
15. Die-Involute.	55
16. Unterschied zwischen lokal und global?.	58
17. Der Jordansche Kurvensatz..	60
18. Was ist Topologie? .. . . . . .	64
19. Die Windungszahl .. . . . . .	70
20. Projektive und nichteuklidische Geometrie.	82
21. Die Tangentendrehzahl .. . . . . .	86
22. Was ist eine Eilinie? .. . . . . .	92
23. Wann ist eine Menge konvex? .. . . . . .	93
24. Eine Dimension höher .. . . . . .	102
25. Was sind Tangentenpolarkoordinaten?	115
26. Geometrische Bedeutungen von $h'$ und $h''$ ..	117
27. Der Flächeninhalt einer Eilinie.. . . . . .	119
28. Hyperflächen .. . . . . .	124
29. Allgemeine Relativitäts-Theorie..	131
30. Durchmesser und Breite einer Eilinie	152
31. Was sind Gitterpunkte?.. .. . . . . .	165
32. Wie heißt der Vierscheitelsatz? .. .. . . .	172
33. Gibt es Kreise, die fünf Ecken haben? .. ..	192
34. Wozu ist ein Gleichdick nütze?	200
35. Welche Eigenschaften haben Gleichdicke?	205
36. Was sind Zindlerkurven?.. . . . . .	210
37. Wer kennt Kakeyas Problem?	214
38. Raumkurven konstanter Breite..	218
39. Was versteht man unter Gesamtkrümmung?.	220
40. Verallgemeinerte Kurven konstanter Breite.	228
41. Gibt es auch Körper konstanter Breite?.	231
42. Kann man verbogene Flächen eben machen?..	234
43. Wozu stetige Vektorfelder?.	240
44. Die am besten untersuchten Flächen sind minimal.	244
45. Was versteht man unter Katastrophentheorie?..	270
46. Zum Schluss ein fünf-dimensionale Betrachtung.	281
Referenzen	