

**QUANTEN-**

**GEOMETRIE**

Heuer kommt kein Physik-Student mehr an der Quantenphysik vorbei. Daher sollte sich auch endlich die Mathematik,

- als Grundlagen-Sprache der Physik -,  
damit befassen!

**Wie stellte doch schon Albert Einstein fest, was die Ursache seines Scheiterns an einer weiteren umfassenderen Vereinheitlichungs-Theorie ist:**

**Wir brauchen eine neue Mathematik!**

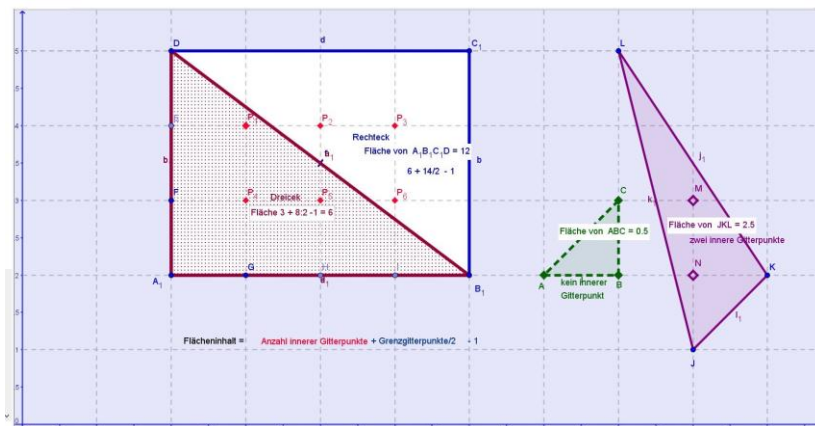
Im Folgenden werden wir sehen, dass wir **keinesfalls unendlich viel Punkte** brauchen um von Längen oder Flächeninhalten sprechen zu können. **Wir kommen stets mit den endlich vielen Gitterpunkten aus**, also mit Punkten, die ganzzahlige Koordinaten haben. Dabei können wir allerdings das Gitter beliebig fein machen, indem wir etwas das Gitter immer feiner machen bzw. indem wir Rationalisieren! Auf die Irrationalität können wir vollkommen verzichten (ähnlich wie Ellis in der Psychologie – Irrationalität<sup>1</sup> ist die Ursache geistiger Erkrankung).

Wenn wir ein Rechteck durch eine seiner beiden Diagonalen halbieren, erhalten wir ein rechtwinkliges Dreieck. Hat das Rechteck eine Länge von 4 und eine Breite von 3 Einheiten, dann ist bekanntlich dessen Fläche 12 Einheiten groß. Die Fläche hat etwas mit der Anzahl der Punkte im Innern zu tun, die eigentlich als

---

<sup>1</sup> In der Quanten-Physik wird durch die Plancksche Elementarlänge von  $10^{-35}$  m bzw. durch die Unschärferelation

unendlich viele definiert werden, denn man spricht bei Punkten von Gebilden ohne Eigenschaften. Da sie insbesondere auch keine Länge oder Fläche haben, können auch die unendlich vielen Punkte keine Länge oder Fläche haben. Somit können die geometrischen Gebilde nicht aus dimensionslosen Punkten bestehen, denn sogar eine 'überabzählbar' unendliche Summe von Nullen ergibt wieder nur Null.



Das linke Standard-Dreieck hat  $A = 6$   
 (3 innere + 8 am Rand/2 - 1),  
 eine Elementarzelle hat die Fläche 0,5  
 und das lila Dreieck  $0,5 + 2$  (da 2 innerer Gitterpunkte)

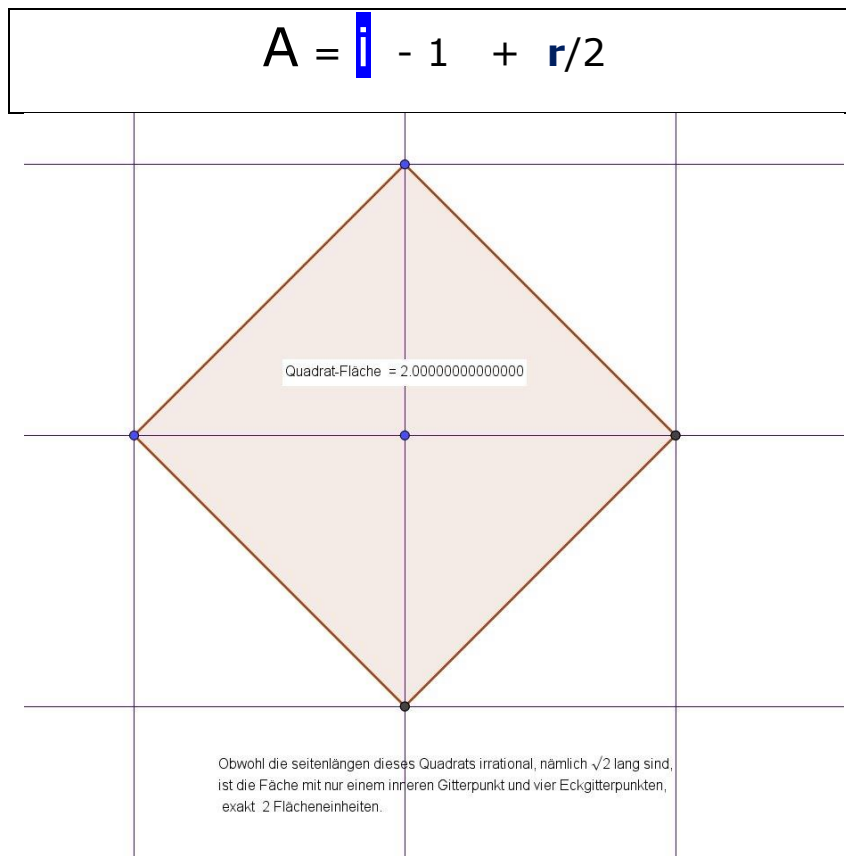
Betrachten wir aber einmal nur die Gitterpunkte. Da gibt es welche, die ganz im Inneren liegen (einer entspricht daher einem Einheitsquadrat der Fläche) und welche, die komplett außerhalb des geschlossenen Streckenzugs liegen, welcher ja die gesamte Ebene in ein Innen

und Außen teilt. Es können aber auch noch Gitterpunkte auf dem Rand, der begrenzenden Stecken liegen, während die Ecken selbst auch Gitterpunkte sein sollen. Die an der Begrenzung liegenden Gitterpunkt zählen aber nur zur Hälfte und außerdem muss noch 1 abgezogen werden, weil die drei Ecken eigentlich weniger als je 0,5 zählen und eher mit 0,5 als mit 1,5 Flächen-Einheiten beitragen.

***Es kommt also nicht auf die Unendlichkeit der Punkte einer Fläche an;*** es genügen immer die endlich vielen Gitterpunkte zur Flächenmessung! Die Gitterpunkte kann man allerdings beliebig verkleinern.

Man könnte die Geometrie z.B. auch so quantisieren, dass man als Punkte die kleinsten sinnvollen Flächeneinheiten der planckschen Elementarlänge zum Quadrat von  $10^{-70}\text{m}^2$  einführt!

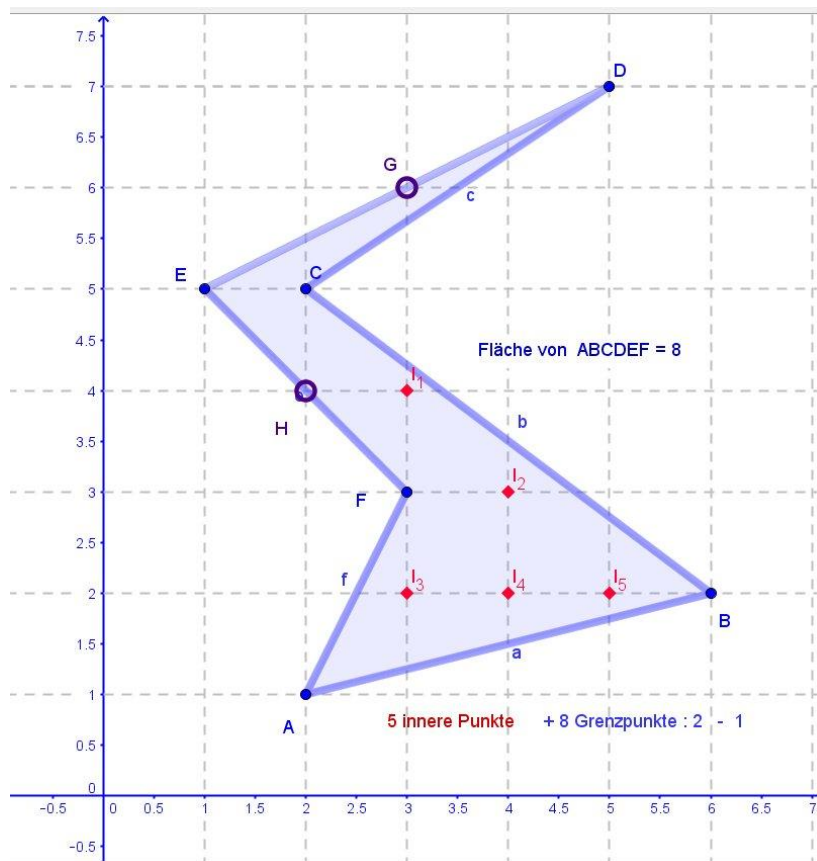
Die Fläche eines beliebigen Vielecks, dessen Ecken als Koordinaten natürliche Zahlen haben, lässt sich tatsächlich durch die Anzahl ihrer **inneren Punkte  $i$**  und ihrer **Randgitterpunkte  $r$**  bestimmen:



Einen **inneren Gitterpunkt:  $i = 1$**   
 und keine weiteren Randgitterpunkte außer  
 den **vier Ecken:  $r = 4$**   
 ergibt die exakte Fläche von

$$A = 1 + 4/2 - 1 = 2$$

(vier mal ein halbes Einheitsquadrat!)



Insbesondere haben diese Flächeninhalte wie die gequantelten Drehimpulse (Spin-Zahlen) der Elementarteilchen immer nur ganze oder halbzahlige Werte!